БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Кафедра программного обеспечения информационных технологий

Факультет ФНиДО

Специальность ПОИТ

Индивидуальная практическая работа №1

по дисциплине «Дискретная математика»

Тема: «Элементы комбинаторики»

Вариант 11

Выполнила: Карпеко Н. Г.

Договор № 941 от 20.02.2019 г.

Минск 2020

Вариант 11 (941 mod 30 =11).

**Задание 1**. Сколькими способами из колоды в 36 карт можно выбрать неупорядоченный набор из 4-х карт так, чтобы в этом наборе было бы в точности:

1 дама, 1 карта пик, 2 крестовых карты

**Решение**.

4 ситуации: 1) в выборке есть дама пик и нет дамы крест; 2) в выборке есть дама крест и нет дамы пик; 3) в выборке нет ни дамы пик, ни дамы крест; 4) в выборке есть и дама пик, и дама крест.

Четвертая ситуация, в которой в выборке в выборке есть и дама пик, и дама крести, невозможна по условию (дама должна быть одна).

С учетом сказанного, разобьем множество всех возможных выборок, удовлетворяющих заданному условию, на три непересекающихся подмножества.

1-е подмножество: дама пик + 2 крести (1 из них не дама) + любая карта из оставшихся (но не пик, не дама и не крести).

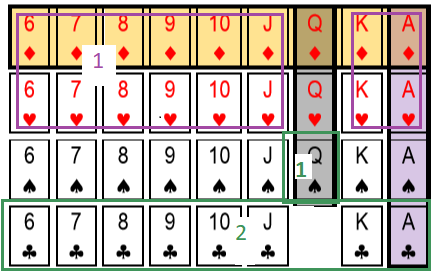
2-е подмножество: **дама крести** + 1 карта **пик** (не дама) + еще 1 карта крести + любая карта из оставшихся (но не пик, не дама и не крести).

3-е подмножество: 1 дама (не пик и не крести) + 2 крести (не дама) + 1 пик (не дама).

Рассмотрим отдельно каждый из этих случаев и подсчитаем количество всех выборок, входящих в соответствующее подмножество.

1-е подмножество. Среди четырех выбранных карт есть дама пик. Общая структура каждой выборки, входящей в 1-е подмножество:

Подсчитаем количество вариантов выбора подходящих по условию карт, чтобы заполнить каждое из 4х мест. Затем по все найденные количества перемножим и найдем число всех выборок в первом подмножестве.

****

Подсчитаем, сколькими способами можно выбрать нужное количество карт из соответствующего множества.

• Даму пик можно выбрать единственным способом: количество вариантов выбора одной из 4-х карт, входящих в выборку, = 1.

Две крести будут выбираться из 8и, т.к. дамы крести нет. Число способов выбора двух крести из 8 имеющихся равно 𝐶8 2 = 8.

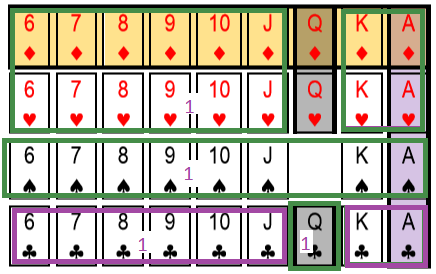
К трем выбранным картам нужно добавить четвертую, которая теперь выбирается из множества, состоящего из 16-й карты (16 способов).

Таким образом, для 1-го подмножества (дама пик + 2 крести (1 не дама) + любая карта из оставшихся (не пик, не дама, не крести)):

**Итого: 1\*8\*16 = 128 варианта.**

Аналогично вычисляем для оставшихся двух вариантов:

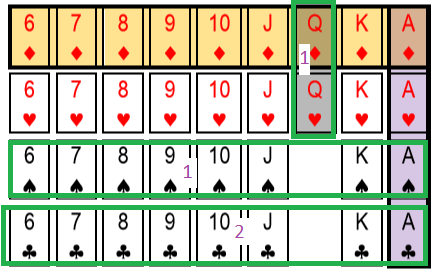
**2-е подмножество: дама крести** + 1 карта **пик** (не дама) + еще 1 карта крести + любая карта из оставшихся (но не пик, не дама и не крести).

****

Дама крести =1. 2-ая крести = 1 из 8. 1 пик = 1 из 8. 4-ая карта = 1 из16 способов.

**Итого: 1\*8\*8\*16 = 1024 варианта.**

**3-е подмножество:**

****

Дама: 1 из 2 = 2. 1 пик: 1 из 8 = 8. 2 крести: 2 из 8 = 8 вариантов.

**Итого: 2\*8\*8 = 128 вариантов.**

Мы нашли количество способов выбрать неупорядоченные наборы из 4-х карт для каждого из трех непересекающихся подмножеств. Ответ: общее число способов выбора 4-х карт, удовлетворяющих условию задачи, по правилу суммы составляет:

128 + 1024 + 128 = 1280.

Полученные данные сведены в таблицу:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Среди четырех выбранных карт | | |
| есть дама пик | **есть дама крести** | нет дамы крести и дамы пик |
| Количество способов выбрать: | | |
| • даму пик – 1;  • две крести – 𝐶8 2 = 8  • четвертую карту – 16 | • даму крести – 1;  • 2-ая крести –8  • 1 пик – 8  • четвертую карту – 16 | • даму – 2  • две крести – 𝐶8 2 = 8  • 1 пик – 8 |
| Число выборок заданной структуры равно: | | |
| **1\*8\*16 = 128** | **1\*8\*8\*16 = 1024** | **2\*8\*8 = 128** |
| Общее число способов выбора 4-х карт, удовлетворяющих условию задачи, составляет: 128 + 1024 + 128 = 1280. | | |

**Задание 2.** Дано множество А = {0, 3, 6, 7}.

Для каждого пункта, указанного ниже, нужно найти количество объектов, а также получить сами соответствующие объекты.

1) Сколькими способами из множества А можно выбрать 2 различные цифры?

2) Сколько различных трехзначных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (цифры в записи числа могут повторяться)?

3) Сколько различных трехзначных чётных (нечётных) чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (цифры в записи числа могут повторяться)?

4) Сколько различных трехзначных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (все цифры в записи числа различны)?

5) Сколько различных трехзначных чётных (нечётных) чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (все цифры в записи числа различны)?

**Решение**.

1) Сколькими способами из множества А можно выбрать 2 различных цифры?

Так как порядок не важен и выбираемые цифры различны, то это сочетания без повторений элементов. Их количество подсчитывается по формуле:

𝐶𝑛 𝑘 = 𝑛!/(𝑘! (𝑛 − 𝑘)!); 𝐶4 2 = 4! /(2! (4 − 2)!) = 6.

Получим сами сочетания как соответствующие подмножества множества А:

{{0,3}, {0,6}, {0,7}, {3,6}, {3,7}, {6,7}}.

2) Сколько различных 3-хзначных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (цифры в записи числа могут повторяться)?

Первая значащая цифра в записи числа не может быть 0, поэтому первая цифра - из множества A\{0} (выбор ведется из 3 элементов). 2я и 3я цифры - из множества А (из 4х элементов). Тогда количество чисел равно:

3 ⋅ 4 ⋅ 4 = 48.

Получим эти числа в виде векторов (кортежей), которые получаем как элементы прямого произведения:

(A\{0})×A×A = {**3, 6,7**}×{**0, 3, 6,7**}×{**0, 3, 6,7**} =

={(3,0,0), (3,0,3), (3,0,6), (3,0,7),

(3,3,0), (3,3,3), (3,3,6), (3,3,7),

(3,6,0), (3,6,3), (3,6,6), (3,6,7),

(3,7,0), (3,7,0), (3,7,6), (3,7,7),

(6,0,0), (6,0,3), (6,0,6), (6,0,7),

(6,3,0), (6,3,3), (6,3,6), (6,3,7),

(6,6,0), (6,6,3), (6,6,6), (6,6,7),

(6,7,0), (6,7,0), (6,7,6), (6,7,7),

(7,0,0), (7,0,3), (7,0,6), (7,0,7),

(7,3,0), (7,3,3), (7,3,6), (7,3,7),

(7,6,0), (7,6,3), (7,6,6), (7,6,7),

(7,7,0), (7,7,0), (7,7,6), (7,7,7)}.

3) Сколько различных трехзначных нечетных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (цифры в записи числа могут повторяться)?

Последняя цифра выбирается из подмножества {3,7} множества A:

3 \* 4 \* 2 = 24.

Получим соответствующие числа.

(A\{0})×A×{3, 7} = {**3, 6, 7**}×{**0, 3, 6, 7**}×{3, 7} = **А: {0, 3, 6, 7}**

={(3,0,3), (3,0,7), (3,3,3), (3,3,7),

(3,6,3), (3,6,7), (3,7,3), (3,7,7),

(6,0,3), (6,0,7), (6,3,3), (6,3,7),

(6,6,3), (6,6,7), (6,7,3), (6,7,7),

(7,0,3), (7,0,7), (7,3,3), (7,3,7),

(7,6,3), (7,6,7), (7,7,3), (7,7,7)}.

Сколько различных 3-хзначных четных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (цифры в записи числа могут повторяться)?

Последняя цифра выбирается из подмножества **{0, 6}** множества A:

3 \* 4 \* 2 = 24.

Получим соответствующие числа.

(A\{0})×A×{**0, 6**} = {**3, 6, 7**}×{**0, 3, 6, 7**}×{**0, 6**} =

={(3,0,0), (3,0,6), (3,3,0), (3,3,6),

(3,6,0), (3,6,6), (3,7,0), (3,7,6),

(6,0,0), (6,0,6), (6,3,0), (6,3,6),

(6,6,0), (6,6,6), (6,7,0), (6,7,6),

(7,0,0), (7,0,6), (7,3,0), (7,3,6),

(7,6,0), (7,6,6), (7,7,0), (7,7,6)}.

4) Сколько различных трехзначных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (все цифры в числе различны)? **А: {0, 3, 6, 7}**

Первая цифра числа выбирается из множества A\{0} (3 варианта). После выбора первой цифры один из элементов множества A\{0} уже использован и не может быть повторно выбран, но зато элемент 0 возвращается в рассмотрение – его можно использовать в качестве второй цифры. Таким образом, для выбора второй цифры также есть 3 возможности. К моменту выбора третьей цифры, две цифры из имеющихся четырёх уже выбраны. Поэтому остается 2 возможности выбрать третью цифру. Имеем:

3 \* 3 \* 2 = 18.

Получим эти 18 чисел в виде кортежей.

{1} × ({0}×{2, 5} ∪ {2}×{0, 5} ∪ {5}×{0, 2}) ∪

∪ {2} × ({0}×{1, 5} ∪ {1}×{0, 5} ∪ {5}×{0, 1}) ∪

∪ {5} × ({0}×{1, 2} ∪ {1}×{0, 2} ∪ {2}×{0, 1}) =

=[раскрываем скобки, находим прямое произведение множеств, выполняем объединение]=

= {3}×{0}×{6, 7} ∪ {3}×{6}×{0, 7} ∪ {3}×{7}×{0, 6} ∪

∪ {6}×{0}×{3, 7} ∪ {6}×{3}×{0, 7} ∪ {6}×{7}×{0, 3} ∪

∪ {7}×{0}×{3, 6} ∪ {7}×{3}×{0, 6} ∪ {7}×{6}×{0, 3} =

= {(3,0,6), (3,0,7), (3,6,0), (3,6,7), (3,6,0), (3,7,6)} ∪

∪ {(6,0,3), (6,0,7), (6,3,0), (6,3,7), (6,7,0), (6,7,3)} ∪

∪ {(7,0,3), (7,0,6), (7,3,0), (7,3,6), (7,6,0), (7,6,3)} =

= {(3,0,6), (3,0,7), (3,6,0), (3,6,7), (3,6,0), (3,7,6), (6,0,3), (6,0,7), (6,3,0), (6,3,7), (6,7,0), (6,7,3), (7,0,3), (7,0,6), (7,3,0), (7,3,6), (7,6,0), (7,6,3)}.

Получены кортежи, соответствующие искомым числам. Их ровно 18, как и было подсчитано ранее.

5) Сколько различных трехзначных нечётных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (все цифры в числе различны)?

**А: {0, 3, 6, 7}**

Начнем с последней цифры. Ее можно выбрать двумя способами из множества {3, 7}. Затем переходим к выбору первой цифры. Для ее выбора остается множество {6} и один (не выбранный) элемент множества {3, 7} (т.е. всего две возможности). К моменту выбора третьей цифры остается два невыбранных элемента множества А, т.е. тоже две возможности. Имеем:

2 \* 2 \* 2 = 8.

Аналогичным образом формируется выражение, позволяющее получить искомые числа, в виде кортежей:

{3}×{0,6}×{7} ∪ {6}×({0}×{3,7} ∪ {3}×{7} ∪ {7}×{3}) ∪ {7}×{0,6}×{3} =

числа вида 3\_7 числа вида 6\_3 и 6\_7 числа вида 7\_3

**={(3,0,7), (3,6,7), (6,0,3), (6,0,7), (6,3,7), (6,7,3), (7,0,3), (7,6,3)}**.

Сколько различных трехзначных чётных чисел можно записать из цифр, входящих в множество А (все цифры в числе различны)? А = {0, 3, 6, 7}

Последнюю цифру можно выбрать двумя способами – из множества {0, 6}. Разобьем множество всех чисел, удовлетворяющих заданным условиям, на два непересекающихся подмножества: в первое подмножество входят все числа, заканчивающиеся на 6 (вида \_\_6), а во второе – все числа, заканчивающиеся на 0 (вида \_\_ 0).

Для чисел из первого подмножества первую цифру можно выбрать двумя способами (из множества {3, 7}), тогда вторую – тоже двумя способами (0 и одна из оставшихся цифр: 3 или 7). Таким образом, количество чисел в первом подмножестве равно 2 \* 2 \* 1 = 4.

Для чисел из второго подмножества первую цифру можно выбрать тремя способами (из множества {3, 6, 7}), а вторую – двумя способами (из двух элементов множества {3, 6, 7}, которые остались после выбора первой цифры). Таким образом, количество чисел во втором подмножестве равно 3 \* 2 \* 1 = 6.

По правилу суммы получаем общее количество возможных чисел: 4 + 6 = 10, и сами числа:

**({3}×{0, 7} ∪ {7 ×{0, 3})×{6} ∪ ({3}×{6, 7} ∪ {6}×{3, 7} ∪ {7}×{3, 6})×{0} =**

**= {(3, 0,6), (3, 7, 6), (7, 0, 6), (7, 3, 6), (3, 6, 0), (3, 5, 0), (6, 3, 0), (6, 7, 0), (7, 3, 0), (7, 6, 0)}**.

**Задание 3**. Написать программу для получения из заданных элементов всех сочетаний заданной длины k с повторениями элементов.

Набор элементов: **a bbbb c dd**.

Листинг программы сделан на трех примерах: 1) где элементы – цифры, 2) где элементы буквы abcdf, 3) где элемнты – по условию задачи: **abbbbcdd.**

**Листинг программы 1**

**program** IPR\_1\_VAR\_11\_Numbers;//программа с элементами - цифры

**uses** crt;

**const**

n = 5;

**type**

NumbSet = **array**[1..n] **of** byte;

**var**

x, y: NumbSet; //a, b: NumbSet;

i, m, j: integer;

//---- Процед-а вывода массива (заготовка) -------

**procedure** PrintSubSet(j: integer);

**var**

i: integer;

**begin**

**if** j = m **then** //m – вводим кол-во цифр в 1 наборе (строке)

**begin**

writeln;write(' '); //чтоб столбиками по m-цифр вывод

**for** i := 1 **to** j **do**

write(y[i], ' ')//вывели 1 строчку из m цифр

**end**

**end**;

//---- Процед-а формирования сочетаний -------

**procedure** SubSet(k: integer);//k – к-во цифр в 1 наборе (как m)

**begin**//здесь к - вместо m: к-во цифр в 1 комбинац.

**if** k <= n **then** //если к-во цифр в 1 комбинаац <= имеющихся цифр

**begin**

Inc(j); //j:= j+1; - следующая позиция цифры в наборе

y[j] := x[k];

PrintSubSet(j);//вывели строчку из 3 цифр??

SubSet(k + 1);//перешли к следующ ?? чему?

Dec(j);

SubSet(k + 1);

**end**

**end**;

//---- Основная прога -------

**BEGIN**

clrscr;

**for** i := 1 **to** n **do**

x[i] := i; //выводимый массив, его эл-ты - цифры с 1 до 5

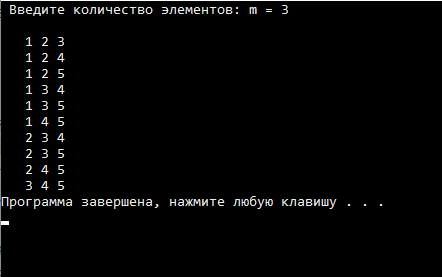
write(' Введите количество элементов: m = '); readln(m);

j := 0; //т к Inc(j): чтобы начинать с 1

SubSet(1); //начиная с какой цифры будет комбинация цифр

readln;

**END**.

Результат работы программы:

**Листинг программы 2**

**program** IPR\_1\_VAR\_11\_ABCDF;//программа с элементами - буквы ABCDF

**uses** crt;

**const**

n = 5;

**type**

NumbSet = **array**[1..n] **of** char; //of byte;

**var**

x, y: NumbSet; //a, b: NumbSet;

i, m, j: integer;

//---- Процед-а вывода массива (заготовка) -------

**procedure** PrintSubSet(j: integer);

**var**

i: integer;

**begin**

**if** j = m **then** //m – вводим кол-во цифр в 1 наборе (строке)

**begin**

writeln;write(' '); //чтоб столбиками по m-цифр вывод

**for** i := 1 **to** j **do**

write(y[i], ' ')//вывели 1 строчку из m цифр

**end**

**end**;

//---- Процед-а формирования сочетаний -------

**procedure** SubSet(k: integer);//k – к-во цифр в 1 наборе (как m)

**begin**//здесь к - вместо m: к-во цифр в 1 комбинац.

**if** k <= n **then** //если к-во цифр в 1 комбинаац <= имеющихся цифр

**begin**

Inc(j); //j:= j+1; - следующая позиция цифры в наборе

y[j] := x[k];

PrintSubSet(j);//вывели строчку из 3 цифр??

SubSet(k + 1);//перешли к следующ ?? чему?

Dec(j);

SubSet(k + 1);

**end**

**end**;

//---- Основная прога -------

**BEGIN**

clrscr;

**for** i := 1 **to** n **do**

x[1] := 'a';//выводимый массив, его эл-ты - буквы

x[2] := 'b';

x[3] := 'c';

x[4] := 'd';

x[5] := 'f';

write(' Введите количество элементов: m = ');readln(m);

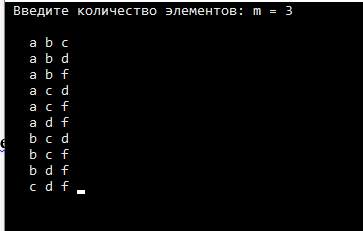
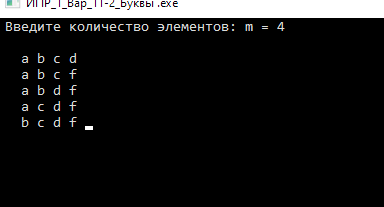
j := 0; //т к Inc(j): чтобы начинать с 1

SubSet(1); //начиная с какой цифры будет комбинация цифр

readln;

**END.**

Результат работы программы:

**Листинг программы 3**

**program** IPR\_1\_VAR\_11\_Exerc\_3;//программа с элементами – Задание 3

**uses** crt;

**const**

n = 8;//число n должно соответствовать числу букв

**type**

NumbSet = **array**[1..n] **of** char; //of byte;

**var**

x, y: NumbSet; //a, b: NumbSet;

i, m, j: integer;

//---- Процед-а вывода массива (заготовка) -------

**procedure** PrintSubSet(j: integer);

**var**

i: integer;

**begin**

**if** j = m **then** //m – вводим кол-во цифр в 1 наборе (строке)

**begin**

writeln;write(' '); //чтоб столбиками по m-цифр вывод

**for** i := 1 **to** j **do**

write(y[i], ' ')//вывели 1 строчку из m цифр

**end**

**end**;

//---- Процед-а формирования сочетаний -------

**procedure** SubSet(k: integer);//k – к-во цифр в 1 наборе (как m)

**begin**//здесь к - вместо m: к-во цифр в 1 комбинац.

**if** k <= n **then** //если к-во цифр в 1 комбинаац <= имеющихся цифр

**begin**

Inc(j); //j:= j+1; - следующая позиция цифры в наборе

y[j] := x[k];

PrintSubSet(j);//вывели строчку из 3 цифр??

SubSet(k + 1);//перешли к следующ ?? чему?

Dec(j);

SubSet(k + 1);

**end**

**end**;

//---- Основная прога -------

**BEGIN**

clrscr;

**for** i := 1 **to** n **do**

x[1]:= 'a';//выводимый массив, его эл-ты - буквы

x[2]:= 'b';

x[3]:= 'b';

x[4]:= 'b';

x[5]:= 'b';

x[6]:= 'c';

x[7]:= 'd';

x[8]:= 'd';

write(' Введите количество элементов: m = ');readln(m);

j := 0; //т к Inc(j): чтобы начинать с 1

SubSet(1); //начиная с какой цифры будет комбинация цифр

readln;

**END**.

Результат работы программы:

